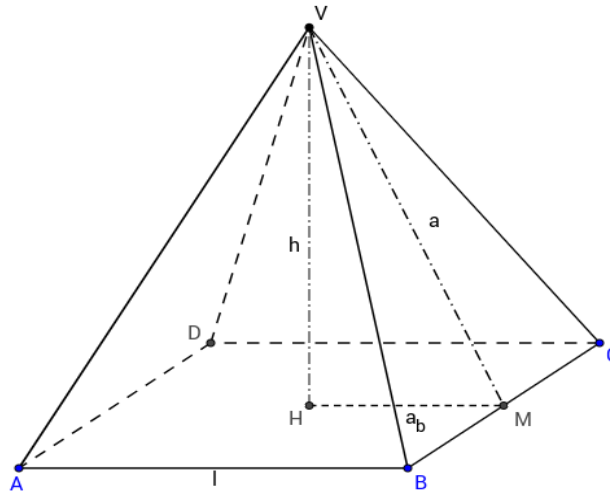


PIRAMIDE RETTA A BASE QUADRATA (PIRAMIDE QUADRANGOLARE)



La piramide retta quadrangolare è formata da un quadrato di base e da 4 triangoli isosceli congruenti.

$AB=BC=CD=DA= \text{lato di base} = \text{lato del quadrato} = l$

$VH = \text{altezza}$

$VM = \text{apotema}$

$HM = \text{apotema di base} = \text{lato di base} : 2 = l/2 = \text{raggio della circonferenza inscritta}$

$H = \text{piede dell'altezza che corrisponde al punto di incrocio delle diagonali del quadrato di base}$

$M = \text{punto medio del lato } BC = \text{il punto } M \text{ divide il lato di base in 2 parti congruenti}$

SIMBOLOGIA / FORMULARIO

$l = \text{lato di base}$

$a = \text{apotema}$

$h = \text{altezza}$

$l/2 = \text{apotema di base} = \text{mezzo lato di base} = \text{raggio della circonferenza inscritta}$

$A_b = \text{area di base}$

$A_l = \text{area laterale (} S_l = \text{superficie laterale)}$

$A_t = \text{area totale (} S_t = \text{superficie totale)}$

$V = \text{volume}$

$$Ab = l^2 \quad l = \sqrt{Ab} \text{ (radice quadrata di Area di base)}$$

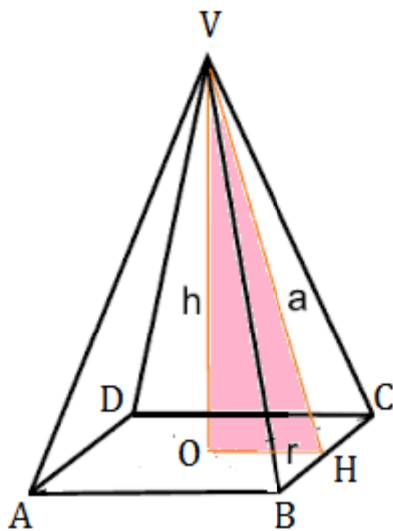
$$Pb = l \times 4 \quad l = Pb / 4$$

$$Al = (Pb \times a) : 2 \quad Pb = (Al \times 2) : a \quad a = (Al \times 2) : Pb$$

$$At = Ab + Al \quad Ab = At - Al \quad Al = At - Ab$$

$$V = (Ab \times h) : 3 \quad Ab = (V \times 3) : h \quad h = (V \times 3) : Ab$$

Da ricordare che apotema , altezza e apotema di base (**che nelle formule è indicato con r, raggio della circonferenza inscritta, ma che voi potete indicare con OH**) formano un triangolo rettangolo (non è l'unico nella piramide) e quindi le 3 dimensioni sono legate dal teorema di Pitagora.



Nel triangolo VOH:
l'ipotenusa VH è l'apotema (a);
il cateto VO è l'altezza (h);
il cateto OH è il raggio della circonferenza inscritta (r).

$$\overline{VH} = \sqrt{\overline{VO}^2 + \overline{OH}^2}$$

$$\overline{VO} = \sqrt{\overline{VH}^2 - \overline{OH}^2} \quad \text{e} \quad \overline{OH} = \sqrt{\overline{VH}^2 - \overline{VO}^2}$$

$$a = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$h = \sqrt{a^2 - r^2}$$

$$r = \sqrt{a^2 - h^2}$$

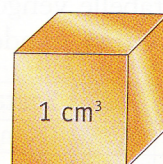
Volume, peso, peso specifico

Esercizi pag. 331

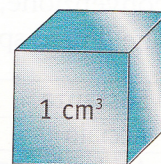
Iniziamo il discorso sul calcolo del volume di un solido esaminando prima la relazione che lega il volume di un corpo al suo peso e al suo peso specifico. Ma che cos'è il **peso specifico** di un corpo?

- Consideriamo due corpi aventi lo stesso volume e costituiti rispettivamente di rame e di ferro, ad esempio un cubetto di rame avente il volume di 1 cm^3 e un cubetto di ferro avente ancora il volume di 1 cm^3 .

Avranno entrambi lo stesso peso?



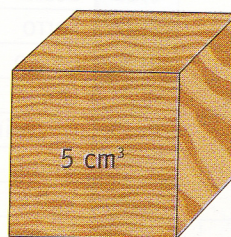
rame



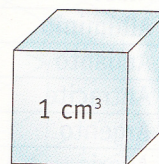
ferro

- Consideriamo adesso due cubetti aventi volume diverso e costituiti rispettivamente di legno e di vetro, ad esempio un cubetto di legno avente il volume di 5 cm^3 e un cubetto di vetro avente il volume di 1 cm^3 .

Il cubetto di legno, di volume maggiore, avrà peso maggiore di quello del cubetto di vetro di volume minore?



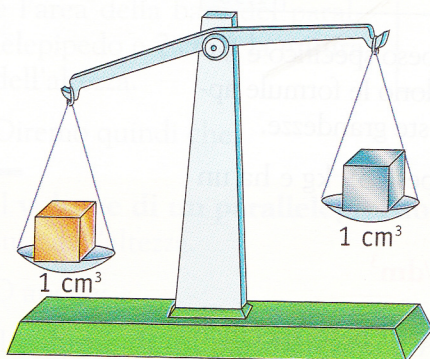
legno



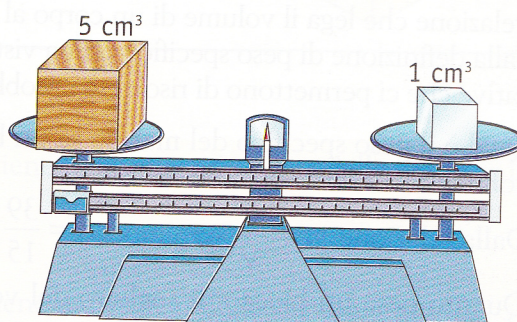
vetro

Può sembrare ovvio rispondere "sì" ad entrambe le domande. E invece...

... a parità di volume possono avere peso diverso



... pur avendo volume diverso possono avere lo stesso peso



Ciò che abbiamo osservato ci dice che il peso di un corpo dipende, oltre che dal volume, dalla sostanza di cui esso è costituito. Esprimiamo tutto ciò dicendo che ogni sostanza ha un suo **peso specifico** (*ps*) intendendo che:

Il **peso specifico** di una sostanza è il peso di una unità di volume di tale sostanza, ovvero il **rapporto costante tra il suo peso e il suo volume**: $ps = \frac{P}{V}$.

L'unità di misura del peso specifico è data, ovviamente, dal rapporto fra l'unità di misura del peso e l'unità di misura del volume secondo la corrispondenza:

Peso in g	→ volume in cm^3	→ ps in g/cm^3
Peso in kg	→ volume in dm^3	→ ps in kg/dm^3
Peso in Mg	→ volume in m^3	→ ps in Mg/m^3

Diremo quindi che, ad esempio, il **peso specifico del ferro è 7,8**, intendendo che:

- 1 cm³ di ferro pesa 7,8 g;
- 1 dm³ di ferro pesa 7,8 kg;
- 1 m³ di ferro pesa 7,8 Mg.

Nelle seguenti tabelle indichiamo i pesi specifici di alcune sostanze che, per convenzione, nelle tabelle vengono riportate senza unità di misura, ma ricorda che il peso specifico è una grandezza e come tale ha la sua unità di misura.

Sostanza	ps	Sostanza	ps	Sostanza	ps
Acciaio	7,75	Cromo	7,14	Olio di oliva	0,91
Acido cloridrico	1,64	Diamante	3,51	Oro	19,30
Acido solforico	1,85	Etere	0,7	Ottone	8,5
Alabastro	2,87	Ferro	7,8	Petrolio	0,8
Alcol	0,8	Gesso	1,4	Piombo	11,35
Alluminio	2,7	Ghisa	7,25	Platino	21,45
Amianto	2,45	Glicerina	1,27	Quarzo	2,6
Antracite	1,32	Grano	0,77	Rame	8,9
Argento	10,50	Latte	1,04	Sabbia	1,4
Avorio	1,86	Legno di abete	0,5	Stagno	7,28
Benzina	0,75	Legno di faggio	0,7	Sughero	0,25
Benzolo	0,88	Legno di teak	0,63	Talco	2,7
Bronzo	8,75	Marmo	2,6	Vetro	2,5
Carbone di legna	0,4	Mercurio	13,56	Zinco	7,14
Cera	0,95	Nichel	8,4	Zolfo	1,93

La relazione che lega il volume di un corpo al suo peso e al suo peso specifico è data dalla definizione di peso specifico prima vista e da essa dipendono le formule applicative che ci permettono di risolvere i problemi inerenti a queste grandezze.

- Qual è il peso specifico del marmo se un blocco di marmo pesa 39 kg e ha un volume di 15 dm³?

Dalla relazione $ps = \frac{P}{V}$ avremo: $ps = \frac{39}{15} \text{ kg/dm}^3 = \mathbf{2,6 \text{ kg/dm}^3}$

- Quanto pesa un blocco di sughero del volume di 14 cm³ se il peso specifico del sughero è 0,25?

Dalla relazione $ps = \frac{P}{V}$ avremo: $P = ps \cdot V$ e quindi: $P = (0,25 \cdot 14) \text{ g} = \mathbf{3,5 \text{ g}}$

- Qual è il volume di un blocco di bronzo che pesa 105 kg se il peso specifico del bronzo è 8,75?

Dalla relazione $ps = \frac{P}{V}$ avremo: $V = \frac{P}{ps}$ e quindi: $V = \frac{105}{8,75} \text{ dm}^3 = \mathbf{12 \text{ dm}^3}$

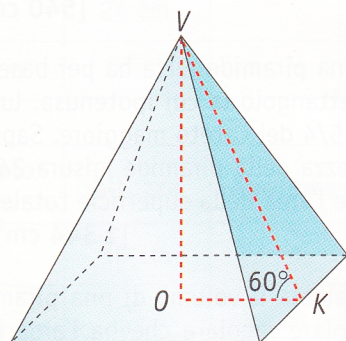
Diciamo che:

Il **peso specifico** si ottiene dividendo il peso per il volume: $ps = \frac{P}{V}$.

Il **peso** si ottiene moltiplicando il peso specifico per il volume: $P = ps \cdot V$.

Il **volume** si ottiene dividendo il peso per il peso specifico: $V = \frac{P}{ps}$.

173. L'area della superficie totale di una piramide quadrangolare regolare è di 2352 cm^2 e il perimetro di base è 96 cm . Calcola il volume della piramide. **[6 720 cm^3]**
174. In una piramide retta il volume misura $3110,4 \text{ cm}^3$. Sapendo che la base è un rombo avente il perimetro di 120 cm e la diagonale maggiore congruente agli $8/5$ del lato, calcola l'area della superficie totale della piramide. **[1 944 cm^2]**
175. Una piramide quadrangolare regolare ha l'area della superficie totale di 3200 cm^2 . Sapendo che il rapporto tra l'area laterale e l'area di base è $17/8$, calcola il volume della piramide. **[10 240 cm^3]**
176. Una piramide retta, il cui apotema misura 20 cm , ha per base un trapezio isoscele avente l'area di 624 cm^2 . Sapendo che la somma delle basi del trapezio misura 52 cm e che una è $4/5$ dell'altra, calcola l'area della superficie totale e il volume della piramide. **[1 664 cm^2 ; 3 328 cm^3]**
177. In una piramide quadrangolare regolare la somma dell'altezza e dello spigolo di base misura 90 cm e il loro rapporto è $2/3$. Calcola l'area della superficie totale e il volume della piramide. **[7 776 cm^2 ; 34 992 cm^3]**
178. In una piramide regolare quadrangolare l'apotema forma con la sua proiezione sulla base un angolo ampio 60° . Sapendo che l'area di base è 2500 cm^2 , calcola l'area della superficie totale e il volume della piramide.
179. Calcola il volume di una piramide triangolare regolare, sapendo che il perimetro di base misura 45 cm e che l'altezza misura 24 cm . **[779,4 cm^3]**
180. Una piramide retta ha per base un triangolo isoscele la cui base, lunga 36 cm , è $6/5$ del lato obliquo. Calcola l'area della superficie totale e il volume della piramide, sapendo che la sua altezza misura 40 cm . **[2 400 cm^2 ; 5 760 cm^3]**
181. Il volume di una piramide retta avente per base un rombo è $138,6 \text{ cm}^3$. Sapendo che l'area di base è di 54 cm^2 e che una diagonale è $3/4$ dell'altra, calcola l'area della superficie totale della piramide. **[181,5 cm^2]**
182. Calcola l'apotema di una piramide quadrangolare regolare avente il volume di 5292 cm^3 e l'altezza di 36 cm . **[37,5 cm]**
183. Una piramide quadrangolare regolare di ghisa ($\rho_s = 7,5$) pesa 11760 g . Sapendo che il perimetro di base misura 56 cm , calcola l'area della superficie totale della piramide. **[896 cm^2]**
184. Calcola il volume e il peso di una piramide quadrangolare regolare di alluminio ($\rho_s = 2,7$), sapendo che l'area della superficie totale e il perimetro di base sono rispettivamente 3240 cm^2 e 120 cm . **[10 800 cm^3 ; 29,16 kg]**
185. Una piramide quadrangolare regolare è equivalente ad un prisma avente per base un rombo con le diagonali lunghe rispettivamente 30 cm e 16 cm . Sapendo che l'area laterale del prisma è di 1700 cm^2 e che l'apotema di base della piramide misura 15 cm , calcola l'area della superficie totale della piramide. **[2 400 cm^2]**
186. Un solido di legno ($\rho_s = 0,5$) è costituito da un cubo sormontato da una piramide che ha la base coincidente con una faccia del cubo. Sapendo che l'area della superfi-



[7 500 cm^2 ; $\approx 36\,083,3 \text{ cm}^3$]